



نموذج رياضي جديد يصف تأثير الضغط الطبقي على مسامية ونفاذية الصخور الرملية والكلسية:

د. علي فرحان نادر، رنا جاسم محمد*

وزارة النفط / شركة نفط البصرة/ قسم البحوث والسيطرة النوعية

*Corresponding Author E-mail: ranajassim111@gmail.com

الخلاصة:

تعد قياس الخصائص البتروفيزيائية (المسامية والنفاذية) للصخور المكمنية (اللباب) من القياسات المهمة في الدراسات المكمنية ، فهي تعطي صورة واضحة عن انتاجيتها النفطية، وعليه فان دراسة العوامل المؤثرة عليها تعد في غاية الاهمية. احد اهم العوامل التي تؤثر على مقدار مسامية ونفاذية الصخرة، الضغط الطبقي الناتج عن وزن الطبقات الارضية. في هذا البحث استخدمنا طريقة الانحدار اللاخطي البسيط لصياغة عدة نماذج تنتمي لثلاث عوائل من الدوال الرياضية (الدالة الاسية، دالة القوى و دالة متعدد حدود)، التي تصف العلاقة بين الضغط الطبقي وبين كل من المسامية والنفاذية مبنية على نتائج مختبرية لقياسات المسامية والنفاذية، بعد ذلك اخضعت هذه النماذج للدراسة والتحليل والتحقق من صحتها والمفاضلة بينها باستخدام معامل التحديد R^2 (الذي يعتبر من اهم المعايير الاحصائية التي تقيس درجة جودة نماذج الانحدار)، ومعايير فيزيائية للوصول الى النموذج الامثل.

جميع نماذج الانحدار اللاخطي البسيط تم صياغتها باستخدام برنامج الرسم Origin8 software. بينت النتائج ان هناك عدة نماذج رياضية ممكن ان تصلح نماذج رياضية تمثل العلاقة ما بين الضغط الطبقي وكل من المسامية والنفاذية للصخور الرملية والكلسية، وذلك لان قيمة معامل التحديد R^2 لجميع النماذج الرياضية عالية جدا ($R^2 \geq 98$). فللصخور الرملية مثلا، جميع النماذج الرياضية وضحت ابتداء، ان هناك انخفاضا في مسامية الصخور الرملية $\frac{\phi}{\phi_i}$ بازدياد الضغط الطبقي وان جميعها تعطي سلوك متشابهة تقريبا، حيث يبدأ الانخفاض من قيمة ابتدائية 100% لتصل الى % (94.75 - 95.25) أي بعرض نطاق % 0.5، عند ضغط يعادل ($P = 21 P_i$) من الضغط الابتدائي ($P_i = 300$ psi).

بعد هذا الضغط فان سلوك النماذج الرياضية يختلف بشكل كبير، حيث يمكن تقسيم هذا السلوك الى ثلاث أنواع: ارتفاع في المسامية مرة أخرى الى مقدار اكبر من القيمة الابتدائية لها من خلال النموذج متعدد الحدود

من الدرجة الثانية. استمرار الانخفاض في المسامية وبشكل بطيء جدا من خلال النماذج دالة القوى. ثبوت واستقرار المسامية من خلال معادلة الحالة المستقرة (SSE)، وهكذا بالنسبة للنفاذية وللصخور الكلسية. تم اختيار معادلة الحالة المستقرة (SSE) كأفضل نموذج رياضي يصف العلاقة بين الضغط الطبقي وكل من المسامية والنفاذية لعدة اعتبارات منها، العوامل الكيميائية و الخصائص المعدنية للصخور، هجرة الحبيبات الدقائقية وانتقالها من مكان الى آخر بسبب حركة الموائع و ضغط الموائع داخل المسامات، كما ان الزيادة المفرطة في الضغط سوف تؤدي الى نشوء قوى فيزيائية و حدوث تكسرات دقيقة بين مكونات الصخرة، كل ذلك يلعب دورا مهما وأساسيا في مقاومة تأثير زيادة الضغط الطبقي، مما ينتج عن ذلك موت مسامات وولادة اخرى جديدة.

الكلمات المفتاحية: المسامية، النفاذية، الضغط الطبقي، النموذج الرياضي، معامل التحديد.

A new mathematical model describing the effect of overburden pressure on porosity and permeability of Sandstone and Limestone rocks

Abstract

Measuring the petrophysical characteristics of the reservoir rocks (core) is an important measure in the reservoir studies because it gives a clear picture of the oil productivity.

Therefore, studying the factors that affect it is extremely important. One of the most important factors affecting the amount of porosity and permeability of rock is overburden pressure resulting from the weight of the ground layers. In this paper, we used the simple non-linear regression method to formulate several models of three families of mathematical functions (exponential, power and polynomial), which describe the relationship between overburden pressure and porosity/permeability based on laboratory results of porosity / permeability measurements, we then subjected these models to study, analyze, validate and compare them using the coefficient of determination R^2 (which is one of the most important statistical criteria that measure the quality of regression models) and physical criteria to reach the optimal model.

All models were formulated using the famous statistics program Origin8 software. The results showed that there are several mathematical models that can be applied to represent the relation between overburden pressure and porosity/ permeability of sand and limestone rocks, because the value of R^2 for all mathematical models is very high ($R^2 \geq 98$). For example, sandstone has shown that all models are a decrease in porosity ϕ/ϕ_i with increasing overburden pressure and that all of them give almost identical behavior.

The drop starts from a primary value of 100% to (95.25 - 94.75) %, (i.e. bandwidth of 0.5%) at a pressure equal to ($P = 21 P_i$) of primary pressure ($P_i = 300$ psi). After this pressure, the behaviour of mathematical models varies greatly, as this behaviour can be divided into three types: the rise in porosity again to an amount greater than its initial value, as described by the second-degree polynomial model. Continue to decrease in porosity and very slowly, as described by the power function models. Porosity stability, as described by steady state equation (SSE), and so on permeability and limestone rocks. SSE was chosen as the best mathematical model that describes the relationship between overburden pressure and porosity/ permeability for several factors, chemical factors and mineral properties of rocks, migration of granular particles and their transfer from one place to another due to fluid movement and fluid pressure within the pores. Excessive increase of Pressure will lead to physical forces and micro fractures between the components of the rock, all of which play an important role in resisting the effect of increasing overburden pressure, resulting in the death of pores and other new births.

Keyword: Porosity, Permeability, overburden pressure, Mathematical model, Determination coefficient.

1- المقدمة:

تعد قياس الخصائص البتروفيزيائية Petrophysical characteristics للصخور المكمنية Reservoir rocks من القياسات المهمة في الدراسات المكمنية، كونها تعطي صورة واضحة عن انتاجيتها النفطية. فمعرفة المسامية Porosity مثلا، تعطي فكرة عن الخزين النفطي للمكمن وبالتالي تعطي تقدير معقول للقيمة الاقتصادية للنفط والغاز المراد انتاجه من المكمن. تعرف المسامية بأنها النسبة المئوية لمقدار ما تحتويه الصخرة من مسامات (حجم الفراغات المشغولة بالمواد الهيدروكربونية او الماء) الى الحجم الكلي للصخرة.

إن معرفة النفاذية Permeability مهمة أيضا خصوصا في تقدير معدل الإنتاج البترولي المحتمل تواجهه في الصخور. فلكي تكون الطبقة منتجة لا يكفي بأن تكون ذات مسامية عالية وحاوية على النفط بل يجب أن تكون لها القابلية العالية لمرور السوائل من خلالها، أي أن يكون النفط قادرا على الحركة بسهولة نحو الآبار المنتجة. كما تعتبر النفاذية مطلب اساسي لعمل المحاكاة المكمية وزيادة كفاءة الاستخلاص وحساب الجريان المتعدد الاطوار خلال الاوساط المسامية وحساب ادائية المكامن النفطية و تخمين السلوك الانتاجي للمكمن. تعرف النفاذية بأنها قابلية الصخرة على امرار الموائع من خلالها سواء أكان (ماء - نفط - غاز) ويستخدم قانون دارسي في تحديد النفاذية وتقاس بوحدات الدارسي والملي دارسي نسبة الى مكتشفه العالم الفرنسي (دارسي) من خلال ملاحظته لتدفق السوائل من خلال الصخور. هناك علاقة بين مسامية الصخرة ونفاذيتها فكما كانت المسامات متصلة كان هناك منفذ جيد لمرور الموائع لذلك فإن كل صخرة لها نفاذية و مسامية معينة. لغرض القيام بدراسات مكمية يتم قياس المسامية و النفاذية للهواء مختبريا وذلك عن طريق جلب نماذج من الصخور تسمى اللباب (core) مأخوذة من البئر المراد إجراء الدراسة عليه وعلى أعماق مختلفة تحت ضغوط خارجية تتراوح بين (300 - 400) psi، وعادة يطلق على مثل هذه الفحوص بالفحوص الروتينية (routine core analysis). ومما ذكر انفا، فإن الدقة في قياس المسامية والنفاذية ضرورية جدا لأهميتها في الحسابات المكمية. من جهة أخرى فإن هناك العديد من العوامل التي تؤثر على مسامية ونفاذية الصخرة، منها شكل الحبيبات وحجمها، طريقة ترتيب المسامات داخل الصخرة، مواد التسميت، التأثير الميكانيكي والهيدروليكي لأدوات الحفر، وضغوط السوائل المكمية، الضغط الطبقي.

في ما يخص الضغط الطبقي فمن الطبيعي إن الصخور المكمية تكون واقعة تحت تأثير ضغط كبير ناتج عن وزن الطبقات مما يسبب جهدا معيناً مسلطاً عليها ويطلق عليه Compressive stress يكون تأثيره باتجاهين عمودي و افقي. ويكون التأثير بالاتجاه العمودي اكبر بكثير من الاتجاه الأفقي. أن هذا الضغط المسلط على الصخور المكمية يؤثر على الخواص البتروفيزيائية لها وخاصة فيما يتعلق بنفاذيتها ومساميتها، فبسبب التركيب المسامي للصخور المكمية فان الضغط المؤثر عليها يغير من حجم المسامات pore volume ومن شكلها pore shape لذا فعند استخراج نماذج اللباب من المكمن ستكون معرضة للضغط الجوي فقط فتتمدد نتيجة لزوال الضغط الطبقي عليها مما يؤدي الى حدوث تغير في نفاذيتها ومساميتها. ولما كان الوسط الحقيقي المسلط على الصخور المكمية اكبر بكثير من الضغط المسلط مختبريا فمن المؤكد إن تكون النتائج المختبرية مغايرة للمسامية والنفاذية الحقيقيتين في المكمن مما يؤدي ذلك الى حصول أخطاء منهجية في حسابات هندسة المكامن [9-1]. ولمعرفة تأثير الضغط الخارجي المسلط على الصخور المكمية ومساميتها و نفاذيتها أجريت العديد من الدراسات بخصوص ذلك، حيث لوحظ نقصان النفاذية المطلقة للصخور الرملية عند زيادة الضغط الطبقي (ضغط الحصر Confining pressure)، ومن جهة أخرى وضعت نماذج رياضية تصف العلاقة ما بين الضغط الطبقي وكل من المسامية والنفاذية، والتي تفترض ان العلاقة بينهما هي اسية Exponential او Power law [10-14].

اما بالنسبة للدراسات المحلية والخاصة بشركة نفط البصرة (شركة نفط الجنوب) فالدراسات التي اهتمت بهذا الموضوع فقط دراستان خلال الفترة 1972-2018 وهما (دراسة التأثير الطبقي على النفاذية والمسامية في الصخور المكنية) عام 1982 (رقم الدراسة 677) والثانية (دراسة التأثير الطبقي على الصفات البتروفيزيائية للصخور النفطية للباب حقل الرميلة الجنوبي ولباب حقل الزبير) سنة 1984 (رقم الدراسة 683) وحسب ما موجود في فهرست التقارير الفنية والدراسات في قسم البحوث والسيطرة النوعية [2, 3]. حيث تضمنت هاتين الدراستين نتائج عملية لكل من المسامية والنفاذية في الهواء مقاسة عند ضغوط مختلفة (300 – 6000 psi)، واعطت هاتين الدراستين بشكل عام نتائج مشابهة لسابقتها من الدراسات الأجنبية من حيث تناقص في مقدار المسامية والنفاذية عند زيادة ضغط الحصر. الا ان هاتين الدراستين لم تعطي علاقة رياضية تصف ظاهرة انخفاض المسامية والنفاذية مع زيادة ضغط الحصر ولم تعطي أيضا تفسير علميا لهذا السلوك.

يهدف البحث للإجابة على الأسئلة ادناه، من خلال صياغة نموذج رياضي باستخدام احدى الدوال الرياضية يصف تأثير الضغط الطبقي على كل من المسامية والنفاذية للصخور الرملية والكلسية:

1. هل يستمر مقدار المسامية والنفاذية بالانخفاض عند زيادة الضغط الطبقي الى اكثر من 6000 psi؟
2. هل العلاقة بين المسامية والنفاذية علاقة خطية؟
3. هل يمكن التنبؤ بقيم المسامية والنفاذية عند قيم الضغط خارج حدود النتائج العملية و ما هو النموذج الرياضي الأمثل؟

تأتي أهمية البحث لأنه يعتبر الاول من نوعه في القطاع النفطي من خلال بناء موديل رياضي يتنبأ بالتغير الذي يحصل لمسامية ونفاذية الصخور، كما يمكن الاستفادة منه في بناء موديلات رياضية لصفات بترو فيزيائية أخرى مثل معامل الانضغاطية للصخور. و سيتم اختبار عدة نماذج رياضية وتطبيقها على النتائج المختبرية لقياسات المسامية والنفاذية الواردتين في الدراسة (رقم 677)، (ملاحظة، لم يذكر الباحثان في هذه الدراسة الاعماق التي اخذت النماذج منها ولا حتى اسماء الابار)، ثم نختار النموذج الرياضي الأمثل مع شرح سبب الاختيار وتفسير سلوك هذا النموذج ومقارنته بنماذج لدراسات أخرى.

2- مفهوم النموذج الرياضي

يعتبر النموذج الرياضي Mathematical model من ادوات البحث العلمي حيث يعمل على ادراك العلاقات والمتغيرات المتداخلة والمتشابهة للأنظمة المختلفة ووصف سلوكها او التحكم فيها وتوضيح اسباب هذا السلوك والكشف عن الحالة المستقبلية لهذه الأنظمة وتحديد درجة تطورها، عن طريق صياغتها رياضيا. أن جودة او درجة فعالية النموذج انما تقاس بدرجة تمثيلية للمشكلة محل الدراسة وليس على اساس جودة وتعقيد صياغته الرياضية، حيث لا يوجد نموذج مثالي لكل الامثلة، كما انه يمكن وصف النظام الحقيقي بأكثر من نموذج واحد وذلك لان النموذج الواحد قد يركز على جانب واحد من جوانب النظام، أي انه لا يمثل كل النظام،

و يعتمد على الهدف من دراسة النظام نفسه. يجب ان يتضمن بناء النموذج الرياضي مسألة التحقق من صلاحيته الرياضية (أي مدى تمثيله للواقع بدقة عالية) وصلاحيته العملية (أي الفرق بين القيم التي يعطيها النموذج وبين النتائج العملية او بيانات الحالة العملية)، أي ضرورة اجراء نوع من التحليل للنماذج الرياضية المختارة ومدى انحرافها عن الواقع لغرض تعديلها عن طريق الحصول على معلومات اضافية الى حين الوصول الى نموذج يعبر عن الواقع بدقة كبيرة.

ومن عمليات التحقق من صلاحية النموذج الرياضي هي امكانية استمرار صلاحية النموذج خارج حدود النتائج العملية المتوفرة. وبعد التأكد من صلاحية النموذج الرياضي يتم استخدامه للحصول على علاقات رياضية خاصة وحساب كميات ذات صلة بمتغيرات النظام. تتعدد الطرق المستخدمة في بناء النموذج الرياضي، حيث يمكن ان ينشأ النموذج الرياضي (الاستقرائي) عادة من النتائج التجريبية، باستخدام طريقة ملائمة المنحني (تسوية منحني، توفيق المنحنيات) Curve fitting، حيث تكون نتائج التجارب (البيانات Data) عبارة عن مجموعة من النقاط البيانية في المستوى x,y .

تنقسم طريقة ملائمة المنحني الى نوعين هما، طريقة الاستيفاء او الاقحام او الاستكمال Interpolation وفيه يجب ان يمر المنحني تماما في النقاط البيانية (أي استيفاء كامل النقاط في عملية الملائمة)، والنوع الثاني من ملائمة المنحني هو تحليل الانحدار Regression analysis.

في بحثنا هذا سوف نستخدم طريقة الانحدار لوصف تأثير ضغط الحصر على الصفات البتروفيزيائية للخور. يعتبر تحليل الانحدار من اكثر اساليب التحليل الاحصائي استخداما، لتحديد شكل العلاقة بين متغير تابع ومتغير مستقل او اكثر. فيعرف على انه علاقة رياضية تربط بين متغيرين كميين مثل x,y . والغرض الرئيسي من استخدام الانحدار هو تحديد شكل العلاقة بين المتغيرات رياضيا واتجاه هذه العلاقة والتنبؤ بقيمة احد المتغيرين بدلالة المتغير الاخر. ليس بالضرورة ان يمر المنحني بجميع النقاط البيانية كما في طريقة الاقحام بل من الممكن ان يمر بأغلب النقاط أو قريب من بعضها بحيث تناسب بأقرب شكل نقاط البيانات الموجودة. ان طريقة الانحدار اللاخطي البسيط تستخدم لصياغة عدة نماذج تصف العلاقة بين ضغط الحصر وبين كل من المسامية والنفاذية، ثم نخضعها للدراسة والتحليل. والانحدار اللاخطي البسيط هو الانحدار الذي يكون فيه شكل العلاقة بين المتغير التابع Y والمتغير المستقل X ، (انتشار النقاط في المستوى XY) غير خطية كالدوال العائلة اللوغاريتمية $Y = a + \ln X$ والعائلة الأسية مثل $Y = a b^x$ و عائلة القوى $Y = aX^b$ او عائلة متعددة الحدود والتي تعد ابسطها $Y = a + bX + cX^2$ [15-17].

3- المفاضلة بين النماذج الرياضية

ان بناء النماذج الرياضية يجب ان تتضمن مسألة التحقق من صحته (صلاحيته)، لا سيما الانظمة التي يمكن ان تملك اكثر من تمثيل رياضي. ان التحقق من صحة نماذج الانحدار Regression model validation هو عملية تقرير في ما اذا كانت النتائج العددية التي تقيس العلاقة بين المتغيرين والتي تم الحصول عليها من

تحليل الانحدار مقبولة كوصف للبيانات أم لا، وبمعنى اخر هل أن النموذج يتوافق مع البيانات بشكل جيد، لذلك نشأت الحاجة إلى إيجاد مقاييس تقيس درجة تجانس (تقارب أو تباعد أو تشتت Diverge) مفردات البيانات عن بعضها البعض ونقصد البيانات التي يكون لأفرادها متغيران يتغيران معا في وقت واحد. تم استخدام عدة نماذج رياضية تصف تأثير ضغط الحصر على مقدار المسامية والنفاذية للصخور الرملية والكلسية ونقوم بدراستها وتحليلها والتحقق من صحتها والمفاضلة بينها معايير احصائية واخرى فيزيائية ثم الوصول الى النموذج الامثل، هذه المعايير تتضمن ما يأتي:

او/لا/ معايير احصائية، وتتضمن:

- 1- درجة جودة التوفيق أي مدى ملائمة النموذج الرياضي للبيانات او درجة التجانس (التقارب أو التباعد) بين النموذج الرياضي و مفردات البيانات.
 - 2- قوة الارتباط بين المتغير التابع والمتغير المستقل.
- ثانيا/ المعايير الفيزيائية لمتغيرات النظام وتتضمن:

- 1- اتجاه العلاقة (على سبيل المثال تغير طردي Directly proportional او عكسي Inversely proportional)، مثال ذلك نقصان الحجم بزيادة الضغط المسلط عليه.
- 2- الصفات الفيزيائية للمتغيرات، مثال ذلك يجب ان يكون قيمة المتغير التابع مقدار موجبة دائما.
- 3- يعطي النموذج القيمة الابتدائية المطابقة للقيمة العملية لكلا المتغيرين.

يعتبر معامل التحديد R^2 Determination coefficient من اهم المعايير الاحصائية التي تقيس درجة جودة نماذج الانحدار. و يعطي فكرة او تصور عن جودة توافق الموديل الرياضي المستخدم مع البيانات أي انه مؤشر إلى أن خط الانحدار يتناسب او يتلاءم تماما مع البيانات. ان معامل التحديد R^2 هو مقياس إحصائي لمدى قرب خط الانحدار من نقاط البيانات الحقيقية، بمعنى أنه يقيس التباين الذي تم حسابه بواسطة نموذج الانحدار، او انه يقيس ويشرح نسبة الانحرافات الكلية او المتغيرات التي تحدث في المتغير التابع بواسطة المتغير المستقل. لذلك يمكن الاعتماد عليه كمعيار للمفاضلة بين النماذج التي سيتم صياغتها لاحقا لوصف العلاقة بين الضغط الطبقي والصفات البتروفيزيائية للصخور الرملية والكلسية، فالنموذج الذي يعطي اكبر قيمة لـ R^2 سيكون هو الأفضل.

ان معامل التحديد هو مربع معامل الارتباط Correlation coefficient r الذي يقيس قوة الارتباط بين المتغير التابع والمتغير المستقل واتجاه هذا الارتباط وهل هو ارتباط تام او جزئي. تتراوح قيمة معامل التحديد بين الصفر والواحد الصحيح ($0 \leq R^2 \leq 1$) فكلما كانت قيمته عالية كان نموذج الانحدار افضل تمثيلا للبيانات كما اشرنا سابقا. هناك صيغ رياضية لحساب معامل التحديد ولسنا بصدها في هذا البحث، وذلك لان البرنامج الاحصائي المستخدم OriginalPro8 سيقوم بحسابه تلقائيا عند إجراء عملية موائمة (تناسب) نموذج الانحدار مع انتشار نقاط البيانات المرسومة [15-17].

4- النتائج والمناقشة:

الجدول من (4-1) يمثل نتائج التجارب المختبرية لتغير مقدار المسامية والنفذية مقابل زيادة ضغط الحصر (يمثل ضغط الحصر في التجارب الضغط الطبقي) من الضغط الابتدائي $P_i = 300 \text{ psi}$ الى الضغط 6000psi، لسبعة نماذج من الصخور الرملية Sand Stone والكلسية المأخوذة من عدة آبار مختلفة.

جدول (1) قيم المسامية للصخور الرملية

Φ P (psi)	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	S ₇
300	26.3	26	21	5.8	17.7	20.4	22.6
400	26	25.8	20.9	5.6	17.7	20.2	22.5
600	26	25.6	20.8	5.3	17.6	20.1	22.3
1000	25.8	25.3	20.6	-	17.4	19.9	22
1500	25.7	25.3	20.4	-	17.3	19.8	22
2500	25.7	25.1	20.3	5.1	17.1	19.4	21.5
4000	25.5	25	20.2	4.9	17	19.3	21.5
6000	-	24.7	20.1	4.6	17	19	21.5

جدول (2) قيم النفذية للصخور الرملية

K (md) P (psi)	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	S ₇
300	364	429	254	135	27	481	
400	352	416	242	131	26.3	467	
600	337	396	240	128	25.1	453	
1000	328	389	233	124	23.8	447	
1500	315	376	233	121	22.8	416	
2500	298	354	224	118	21.2	385	
4000	273	317	216	115	20.6	352	
6000	253	272	207	113	20	304	

جدول (3) قيم المسامية للصخور الكلسية

Φ P (psi)	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	S ₇
300	20.4	10.6	21.8	20.6			
400	20.3	10.5	21.7	20.5			
600	20.2	10.5	21.6	20.4			
1000	19.9	10.2	21.5	20			
1500	19.8	10.1	21.1	19.9			
2500	19.6	9.9	20.9	19.7			
4000	19.3	9.9	20.8	19.6			
6000	19	9.8	20.7	19.1			

جدول (4) قيم النفاذية للصخور الكلسية

K (md) P (psi)	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	S ₇	S ₈
300	22.1	1.73	0.92	28.3	3	4.2	207	30.6
400	20.15	1.63	0.89	26.1	2.83	4.16	201	29.3
600	17.98	1.47	0.88	23.9	2.76	3.94	194	28.7
1000	16.25	1.16	0.88	22	2.74	3.69	184	27.4
1500	15.16	0.96	0.85	20.2	2.64	3.69	175	27.4
2500	13.66	0.72	0.82	18.6	2.49	3.66	160	25.8
4000	11.49	0.69	0.8	17.1	2.36	3.09	139	24.7
6000	8.23	0.47	0.78	12.7	2.23	2.96	106	14.2

لتبسيط الإجراءات وسهولة الحسابات للوصول الى ابسط صيغة رياضية تم معالجة البيانات في الجداول أعلاه كما يلي:

- 1- اهمال النماذج التي تحتوي على قيم شاذة من المسامية والنفاذية.
- 2- اعتبار أول قيمة لكل من المسامية والنفاذية والضغط كقيم ابتدائية، أي ϕ_i و P_i على التوالي ولكل نموذج.

3- من اجل ان تكون جميع قيم المسامية والنفاذية الابتدائية متساوية لجميع النماذج وبدلالة النسبة المئوية، تم معايرة جميع قيم المسامية والنفاذية بدلالة المسامية والنفاذية الابتدائية على التوالي، حسب العلاقة:

$$\phi_r = \frac{\phi}{\phi_i} * 100 \quad (1)$$

$$K_r = \frac{K}{K_i} * 100 \quad (2)$$

حيث ان ϕ و ϕ_r المسامية عند ضغط الحصر P و المسامية النسبية على التوالي. K و K_r النفاذية عند ضغط الحصر P والنفاذية النسبية على التوالي.

4- من اجل التخلص من تأثير وحدات الضغط وجعل النموذج الرياضي عام، تم معايرة قيم ضغط الحصر بدلالة الضغط الابتدائي P_i ، حسب العلاقة التالية:

$$P_r = \frac{P}{P_i} \quad (3)$$

حيث ان P ضغط الحصر و P_r الضغط النسبي.

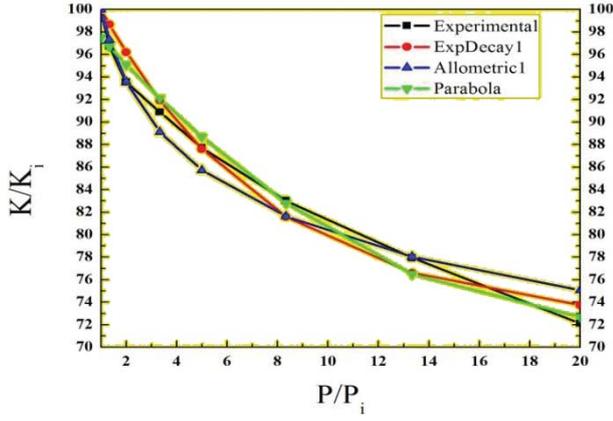
5- بما ان مجموعة النماذج هي نماذج عشوائية وان سلوك قيمها مع تغير الضغط متشابه، لذا فضل ان يكون التعامل مع المتوسط الحسابي لقيمها.

6- تم استخدام عدة نماذج رياضية والتي تنتمي لأربعة عوائل من الدوال الرياضية (الدالة الاسية، دالة القوى، دالة اللوغاريتم، دالة متعدد حدود).

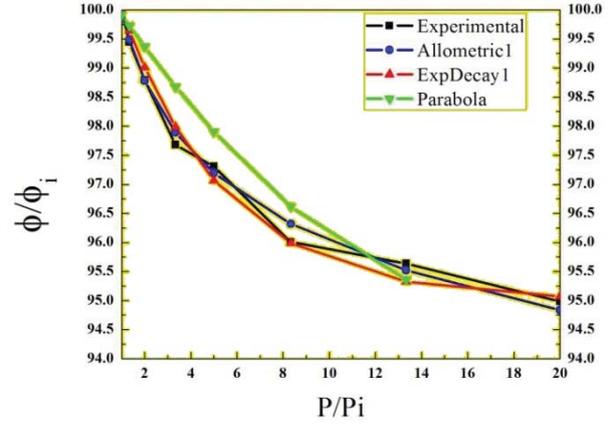
7- سوف نستخدم برنامج OriginPro8 لصياغة نماذج الانحدار اللاخطي لوصف تأثير الضغط الطبقي على الصفات البتروفيزيائية للصخور الرملية والكلسية.

1-4 النماذج الرياضية لمسامية ونفاذية الصخور الرملية والصخور الكلسية:

الشكلين (1 و 2) يمثلان مقارنة بين القيم العملية للمسامية والنفاذية للصخور الرملية و قيمها المحسوبة بواسطة نماذج الانحدار اللاخطي على التوالي، نلاحظ مدى تقارب النماذج مع القيم العملية، حيث يبدأ الانخفاض من قيمة ابتدائية 100% لتصل الى % (94.75 - 95.25) أي بعرض نطاق % 0.5، بالنسبة للمسامية و % (75-72) أي بعرض نطاق % 3 عند ضغط يعادل $(P = 20 P_i)$ من الضغط الابتدائي $(P_i=300 \text{ psi})$.



شكل (2) مقارنة بين القيم العملية وقيم الانحدار
اللاخطى لنفاذية الصخور الرملية



شكل (1) مقارنة بين القيم العملية وقيم نماذج
الانحدار اللاخطى لمسامية الصخور الرملية

الجدولين (5 و 6) تمثل الصيغ الرياضية للنماذج التي تم اختيارها لتمثل العلاقة التجريبية (empirical formula) التي تربط بين كل من المسامية ϕ_r والنفاذية K_r مع الضغط الطبقي P_r للصخور الرملية على التوالي، والجدولين (7 و 8) للصخور الكلسية.

جدول (5) النماذج الرياضية التي تم تطبيقها على قيم المسامية للصخور الرملية

Name of model fit	Family function	Formula	a	b	c	R ²
Allometric 1	Power	$y = ax^{-b}$	100	0.0177	-	99.2
ExpDecay	Exponential	$y = a + be^{-c(x-1)}$	95	5	0.22135	98.6
Parabola	Polynomial	$y = a - bx + cx^2$	100.5	0.6	0.01608	99.1

جدول (6) النماذج الرياضية التي تم تطبيقها على قيم النفاذية للصخور الرملية

Name of model fit	Family function	Formula	a	b	c	R ²
Allometric 1	Power	$y = ax^{-b}$	100	0.09569	-	97.2
ExpDecay	Exponential	$y = a + be^{-c(x-1)}$	72	28	0.14611	97.2
Parabola	Polynomial	$y = a - bx + cx^2$	100	2.56106	0.97497	97.5

جدول (7) النماذج الرياضية التي تم تطبيقها على قيم المسامية للصخور الكلسية

Name of model fit	Family function	Formula	a	b	c	R ²
Allometric l	Power	$y = ax^{-b}$	100	0.02143	-	98.9
ExpDecay	Exponential	$y = a + be^{-c(x-1)}$	93.5	6.5	0.17067	98.6
Parabola	Polynomial	$y = a - bx + cx^2$	100.5	0.6	0.01608	99.1

جدول (8) النماذج الرياضية التي تم تطبيقها على قيم النفاذية للصخور الكلسية

Name of model fit	Family function	Formula	a	b	c	R ²
Allometric l	Power	$y = ax^{-b}$	100	0.22955	-	98
ExpDecay	Exponential	$y = a + be^{-c(x-1)}$	45	55	0.17928	96.2
Parabola	Polynomial	$y = a - bx + cx^2$	100	2.75748	0.15482	94

المتغير التابع y يمثل كل من المسامية ϕ_r والنفاذية K_r في الجداول على التوالي، والمتغير المستقل x يمثل P_r والثوابت (a, b, c) تمثل ثوابت يتم حسابها من قبل برنامج OriginPro8 وهي تعتمد على شكل النموذج الرياضي ونوع الصخور وخصائصها الفيزيائية، نلاحظ من الجداول أعلاه ما يأتي:

أولاً: تشابه النماذج الرياضية الخاصة بالمسامية مع نظيراتها في النفاذية من حيث الشكل الرياضي من جهة وللصخور الرملية والكلسية من جهة أخرى، وهذا يدل بشكل عام على ان حدوث أي انخفاض في المسامية يصاحبه انخفاض في النفاذية.

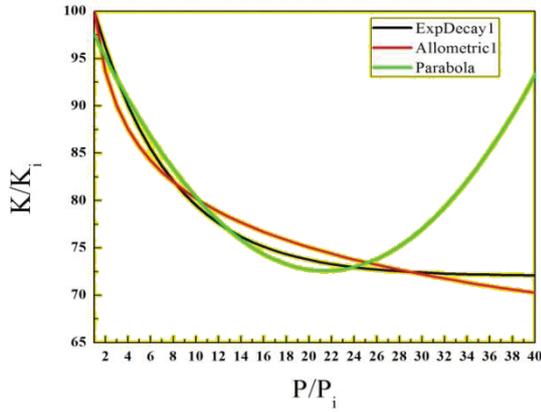
ثانياً: قيمة معامل التحديد R^2 لجميع النماذج الرياضية عالية جداً وبالتالي فإن كل نموذج رياضي يمكن ان يصلح لان يمثل العلاقة ما بين المسامية والنفاذية مع الضغط الطبقي على التوالي.

ثالثاً: جميع النماذج الرياضية في الجداول أعلاه، توضح ابتداءً ان هناك انحدار او انخفاض في مسامية ونفاذية الصخور الرملية والكلسية عند زيادة الضغط الطبقي من خلال الإشارة السالبة التي تسبق الأس أو الثابت b .

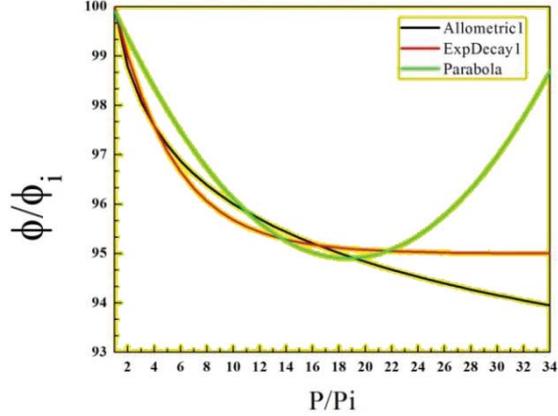
رابعاً: الشكلين (1 و 2) يمثلان الرسوم البيانية للنماذج الرياضية في الجدولين (1 و 2) على التوالي للصخور الرملية والتي تشابه نظيراتها في الصخور الكلسية، حيث نلاحظ ما يأتي:

1- جميع النماذج الرياضية متقاربة جداً في قيمها وفي شكل الانخفاض عند حدود القيم العملية، أي عند ضغط نسبي P_r يقع بين (1-22) او ضغط حصر يقع بين (300-6000) psi.

2- الانخفاض في النفاذية يكون اكثر وابطئ من الانخفاض في المسامية مع زيادة الضغط الطبقي.



شكل (4) النماذج الرياضية للنفاذية في الجدول (2)



شكل (3) النماذج الرياضية للمسامية في الجدول (1)

3- التغير بالنفاذية يستمر على الرغم من ثبوت المسامية بالنسبة للنموذج الرياضي ExpDecay1 .

4- تشابه النماذج الرياضية الخاصة بالمسامية مع نظيراتها في النفاذية في شكل التغير .

5- النماذج الرياضية للمسامية والنفاذية تتنبأ بثلاث حالات للتغير وهي :

- انخفاض ثم صعود في المسامية والنفاذية عند زيادة الضغط الطبقي.
- انخفاض مستمر بالمسامية والنفاذية عند زيادة الضغط الطبقي.
- انخفاض ثم ثبات في المسامية والنفاذية عند زيادة الضغط الطبقي.

6- النموذج Parabola يتنبأ بأن مسامية الصخور الرملية والكلسية ونفاذيتها سوف تنخفض الى حد معين ثم تأخذ بالارتفاع عند الاستمرار بزيادة ضغط الحصر (الطبقي) الى مقدار اكبر بكثير من قيمتها الابتدائية ($\frac{\phi}{\phi_i} \gg 100$) ويستمر هذا الارتفاع بشكل كبير، حيث يمكن تفسير ذلك، انه ربما زيادة الضغط الطبقي يؤدي الى حدوث تشققات كبيرة او صدوع للطبقات الصخرية التي تقع تحت تأثير وزن الطبقات العليا تساعد على زيادة المسامية والنفاذية [1]. النموذج الرياضي (Allometric1) يتنبأ بانخفاض مستمر لمسامية الصخور الرملية والكلسية عند زيادة مستمرة في ضغط الحصر او الضغط الطبقي. هذا الانخفاض يستمر ويبدأ بالتباطؤ كثيرا عندما يصل الضغط الطبقي الى مقدار كبير جدا، ويفسر ذلك كما ذكرنا سابقا في مقدمة الدراسة ان الضغط الطبقي يعمل على تقليل حجم المسامات و تغيير شكلها ودرجة تراص وترتيب الحبيبات. هذا النموذج يتطابق مع النماذج الرياضية المعتمدة في الدراسات [10-14].

الانخفاض في المسامية والنفاذية يصل الى الصفر عندما يصل الضغط الطبقي الى اللانهاية ($P \rightarrow \infty$) والتي لا يمكن تحديدها عمليا.

يتنبأ النموذج الرياضي Expdecay بأن المسامية والنفاذية تنخفضان عند ضغط طبقي معين ثم بعد ذلك تثبت وتستقر مهما زاد الضغط الطبقي. هذا السلوك للصخور قد يكون تم تطرحه لأول مرة، حيث ان المعتاد في بقية الدراسات أنها تعاني انخفاض مستمر في قيمتها مادام الضغط الطبقي في حالة ازدياد.

النموذج الرياضي، Expdecay والذي يمكن ان نطلق عليه نموذج الحالة المستقرة، يمكن تبنيه بدرجة اكبر من النموذجين السابقين لعدة اعتبارات هي:

أ- هناك بعض العمليات التي تساعد على زيادة مسامية الصخور، مثل عمليات الانحلال والاستبدال او عمليات التشقق مقابل التأثير العكسي لزيادة الضغط الطبقي.

ب- العوامل الكيميائية والخصائص المعدنية للصخور تلعب دورا مهما في مقاومة تأثير زيادة الضغط الطبقي [1, 4-9].

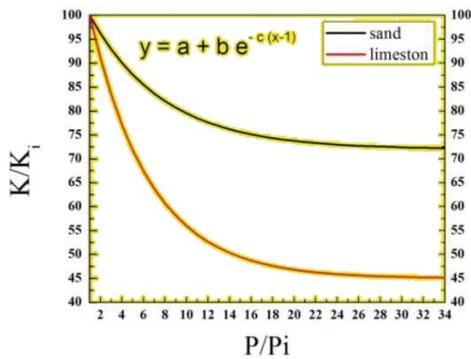
ت- هناك عدد من العوامل الأخرى التي يمكن ان تعمل باتجاه معاكس لتأثير الضغط الطبقي على سبيل المثال محتوى الموائع، ضغط الموائع داخل المسامات، هجرة الحبيبات الدقائقية وانتقالها من مكان الى آخر بسبب حركة الموائع، التي الذي تقلل من تأثير الضغط الطبقي.

ث- وجود النفط تحت أعماق كبيرة تحت سطح الأرض.

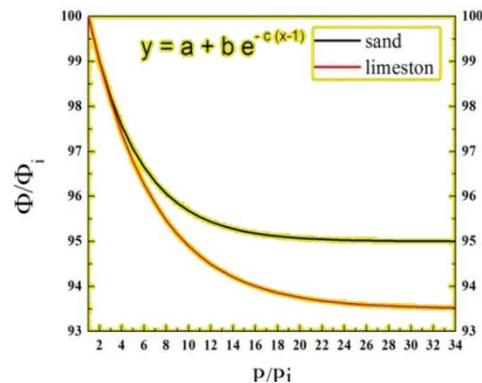
وبتعبير اخر ربما، ان المسامية والنفاذية تعانين تغيرات وتحولات ينتج عن ذلك عمليات هدم وبناء لمسامات او قنوات، بحيث يصل النظام الصخري الى حالة ثبات او توازن يكون فيه عدد المسامات والقنوات التي تهتم تساوي عدد المسامات والقنوات التي تبنى.

2-4 مقارنة بين النماذج الرياضية للصخور الرملية والكلسية:

الشكل (5) يوضح مقارنة بين نموذج الحالة المستقرة لكل من مسامية الصخور الرملية والكلسية ، والشكل (6) يوضح مقارنة بين نموذج الحالة المستقرة لكل من نفاذية الصخور الرملية والكلسية.



الشكل (6) مقارنة نفاذية الصخور الرملية والكلسية



الشكل (5) مقارنة مسامية الصخور الرملية والكلسية

وفيها نلاحظ ما يأتي:

- 1- المسامية والنفاذية للصخور الكلسية تكون اكثر انحدارا من المسامية والنفاذية للصخور الرملية وذلك ربما يعود لوجود المسامية الثانوية في الصخور الكلسية والتي تكونت نتيجة لعمليات التشقق والتي تكون على كل حال اكبر من عمليات التشقق في الصخور الرملية [1-9].
- 2- وصول المسامية والنفاذية للصخور الرملية الى حالة الثبات قبل الصخور الكلسية وذلك يعود ربما كما ذكرنا، ان الصخور الكلسية تكون فيها عمليات التشقق اكثر من الصخور الرملية، وبالتالي فهي تحتاج الى ضغوط اكبر لكي تنخفض.

5- الاستنتاجات

- 1- وجد ان هناك ثلاث نماذج رياضية يمكن ان تمثل تأثير الضغط الطبقي على الصفات البتروفيزيائية كالمسامية والنفاذية.
- 2- النماذج الرياضية الثلاثة توضح ابتداءً ان هناك انحدار او انخفاض في مسامية ونفاذية الصخور الرملية والكلسية عند زيادة الضغط الطبقي ضمن حدود النتائج العملية.
- 3- النماذج الرياضية تتنبأ بقيم المسامية والنفاذية بثلاث انواع من السلوك عند زيادة الضغط الطبقي خارج حدود النتائج العملية.
- 4- العلاقة بين كل من المسامية والنفاذية مع الضغط الطبقي ليست علاقة خطية.
- 5- لا توجد قيم نهائية للمسامية والنفاذية لنموذج Parabola ونموذج Allometric1، إما نموذج الحالة المستقرة Expdecay فيعطي قيمة نهائية عند زيادة الضغط الطبقي حيث المسامية والنفاذية تنخفضان عند ضغط طبقي معين ثم بعد ذلك تثبت وتستقر مهما زاد الضغط الطبقي الى أكثر من 6000 psi.
- 6- معامل التحديد R^2 لجميع النماذج الرياضية كبير جدا.
- 7- النموذج الذي اعتمدهنا في هذه الدراسة هو نموذج الحالة المستقرة.

6- المصادر:

1. أنطوان مهران افيديسيان، تحليلات تسجيل الآبار لتقييم المكامن البترولية والغازية، المكتبة الوطنية ببغداد 514 لسنة 1988.
2. عبد الرزاق محمد ظاهر و زهرة احمد، التأثير الطبقي على النفاذية والمسامية في الصخور المكنية، شركة نفط البصرة، قسم البحوث والسيطرة النوعية، رقم الدراسة 677، 1982.
3. نجلاء شاكر وعبد الأمير مسير فزع، التأثير الطبقي على الصفات البتروفيزيائية للصخور النفطية للباب حقل الرميلة الجنوبي ولباب حقل الزبير، شركة نفط البصرة، قسم البحوث والسيطرة النوعية، رقم الدراسة 683، 1984.
4. George Asquith and Charles Gibson, Basic Petroleum Geology and Log Analysis, The American Association of Petroleum Geologists, Tulsa, Oklahoma USA, 1982.
5. John Cubitt, Physical Properties of Rocks, Handbook of Petroleum Exploration and Production, Elsevier, Vol.8, 2011.
6. Shenglai Yang, Fundamentals of Petrophysics, Springer Mineralogy, 2017.
7. Dahlia Abdulhadi Alobaidi, Permeability prediction in one of Iraqi carbonate reservoir using hydraulic flow units and neural networks, Iraqi Journal of Chemical and Petroleum Engineering, Vol.17 No.1 - 11, 2016.
8. A. Akintola Sarah¹, U. Akpabio Julius and C. Nduamaka Francis, Determination of some petrophysical properties of reservoir rocks in the Niger Delta, Journal of Scientific Research & Reports 5(5): 388-401, 2015.
9. Faruk Civan, Reservoir formation damage, Gulf Publishing Company Houston, Texas, 2000.
10. Mangnus Wangen, Simple model of pressure build-up caused by porosity reduction during burial, institute for Energy Technology, 1997.
11. Zeng Zhijiao, LI Xiaochuna, SHI Lua, BAI Binga, Fang Zhiminga, Wang Yingb, Experimental study of the laws between the effective confining pressure and mudstone permeability, Energy Procedia 63, 5654 – 5663, 2014.

12. Jia-Jyun Dong a,n, Jui-YuHsu a, Wen-JieWua, ToshiShimamoto b, Jih-HaoHung c, En-ChaoYeh d, Yun-Hao Wuc, HirokiSone, Stress-dependence of the permeability and porosity of sandstone and shale from TCDP Hole-A , International Journal of RockMechanics & Mining Sciences, 47, 1141–1157, 2010.
13. H.S. Ali, M.A. Al-Marhoun, S.A. Abu-Khamsin, and M.S. Celik, The Effect of overburden Pressure on Relative Permeability, U. of Petroleum & Minerals SPE Members Society of Petroleum Engineers, 1987.
14. Abdul Majeed Shar, Aftab Ahmed Mahesar, Ali Dad Chandio and Khalil Rehman Memon, Impact of confining stress on permeability of tight gas sands: an experimental study, J Petrol Explor Prod Technol, 7:717–726, 2017.
15. Introduction to Curve Fitting, NCSS Statistical Software.
16. OriginLab Corporation, Origin User Guide, 2016.
17. Michael Alder, An introduction to mathematical modelling, HeavenForBooks, 2001.